

## Fonctions usuelles

**Exercice 1 :** Simplifier les fonctions suivantes puis tracer leurs graphes.

$$1. x \mapsto \operatorname{Arcsin} \left( \frac{x+1}{\sqrt{2(x^2+1)}} \right)$$

$$2. x \mapsto \operatorname{Arcsin} \left( \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right)$$

$$3. x \mapsto \operatorname{Arctan} \left( \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right)$$

$$4. x \mapsto \operatorname{Arccos} \left( \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}} \right)$$

$$5. x \mapsto \operatorname{Arctan} \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

$$6. x \mapsto \cos(x + \pi/4) + \sin(x).$$

**Exercice 2 :** Résoudre les équations suivantes :

$$1. \operatorname{Arctan} x + \operatorname{Arctan}(2x) = \frac{\pi}{4}$$

$$2. \operatorname{Arccos} x + \operatorname{Arccos}(\sqrt{1-x^2}) = \frac{\pi}{2}$$

$$3. 2\operatorname{Arcsin} x = \operatorname{Arcsin}(2x\sqrt{1-x^2})$$

**Exercice 3 :**

Résoudre

$$1. \sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$$

$$2. \sqrt{3} \cos x - \sin x \leq 1$$

$$3. \arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13} = \arcsin x$$

$$4. \arcsin x + \arccos x = 2 \arctan 2x.$$

**Exercice 5 :**

Montrer que  $\frac{\pi}{4} = \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$ .